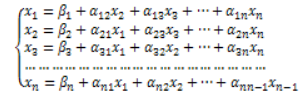
Індивідуальне завдання №6

**Метод простої ітерації**

Подамо систему лінійних алгебраїчних рівнянь у вигляді:

 (1)

або скорочено:

 (2)



Вибираємо початкову точку і будуємо ітераційний процес для системи (1).

Отримуємо ітераційну послідовність точок n -вимірного простору:



Щоб послідовність була збіжною, достатньо виконання однієї з таких

умов:

а) , тобто, максимальна із сум модулів коефіцієнтів при невідомих в правій частині системи (1), взятих по рядках, повинна бути менша одиниці;



б) , тобто максимальна із сум коефіцієнтів при невідомих в правій частині системи (2), взятих по стовпчиках, повинна бути менша одиниці;

в) , тобто сума квадратів коефіцієнтів при невідомих в правій частині системи (2) повинна бути менша одиниці.

При цих умовах процес ітерації для даної системи збігається до єдиного розв’язку незалежно від вибору початкового вектора.

Алгоритм численного рішення СЛАР методом простої ітерації:

1. Приводимо систему до вигляду, зручного для ітераційного процесу.
2. Порахуємо В і елементи:

,, (3)

1. Обчислимо норму матриці В:

(4)

Якщо >1, то ітераційний процес розходиться.

Якщо <1, то обчислення продовжується.

1. Обчислим:

(5)

1. Порахуємонеобхідну кількість ітерацій для досягнення потрібної точності ε.
2. Обираємо .
3. Обчислим:

xk+1 = B + , (6)

Коли k = m, зупиняємо ітераційний процес.

**Початкова система:**

Ітерація #1

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.728) - (-0.209 \* 1.21) - (-0.198 \* 0.867) = -1.651

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.651) - (-0.07 \* 1.21) - (-0.079 \* 0.867) = -0.728

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.651) - (-0.24 \* -0.728) - (0.35 \* 0.867) = 1.21

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.651) - (0.107 \* -0.728) - (-0.733 \* 1.21) = 0.867

Ітерація #2

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.728) - (-0.209 \* 1.21) - (-0.198 \* 0.867) = -1.421

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.651) - (-0.07 \* 1.21) - (-0.079 \* 0.867) = -0.749

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.651) - (-0.24 \* -0.728) - (0.35 \* 0.867) = 0.468

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.651) - (0.107 \* -0.728) - (-0.733 \* 1.21) = 1.325

Ітерація #3

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.749) - (-0.209 \* 0.468) - (-0.198 \* 1.325) = -1.491

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.421) - (-0.07 \* 0.468) - (-0.079 \* 1.325) = -0.74

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.421) - (-0.24 \* -0.749) - (0.35 \* 1.325) = 0.339

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.421) - (0.107 \* -0.749) - (-0.733 \* 0.468) = 0.854

Ітерація #4

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.74) - (-0.209 \* 0.339) - (-0.198 \* 0.854) = -1.609

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.491) - (-0.07 \* 0.339) - (-0.079 \* 0.854) = -0.794

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.491) - (-0.24 \* -0.74) - (0.35 \* 0.854) = 0.495

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.491) - (0.107 \* -0.74) - (-0.733 \* 0.339) = 0.737

Ітерація #5

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.794) - (-0.209 \* 0.495) - (-0.198 \* 0.737) = -1.614

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.609) - (-0.07 \* 0.495) - (-0.079 \* 0.737) = -0.805

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.609) - (-0.24 \* -0.794) - (0.35 \* 0.737) = 0.504

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.609) - (0.107 \* -0.794) - (-0.733 \* 0.495) = 0.821

Ітерація #6

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.805) - (-0.209 \* 0.504) - (-0.198 \* 0.821) = -1.599

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.614) - (-0.07 \* 0.504) - (-0.079 \* 0.821) = -0.798

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.614) - (-0.24 \* -0.805) - (0.35 \* 0.821) = 0.471

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.614) - (0.107 \* -0.805) - (-0.733 \* 0.504) = 0.827

Ітерація #7

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.798) - (-0.209 \* 0.471) - (-0.198 \* 0.827) = -1.602

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.599) - (-0.07 \* 0.471) - (-0.079 \* 0.827) = -0.798

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.599) - (-0.24 \* -0.798) - (0.35 \* 0.827) = 0.473

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.599) - (0.107 \* -0.798) - (-0.733 \* 0.471) = 0.807

Ітерація #8

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.798) - (-0.209 \* 0.473) - (-0.198 \* 0.807) = -1.606

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.602) - (-0.07 \* 0.473) - (-0.079 \* 0.807) = -0.8

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.602) - (-0.24 \* -0.798) - (0.35 \* 0.807) = 0.48

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.602) - (0.107 \* -0.798) - (-0.733 \* 0.473) = 0.807

Ітерація #9

X1 = -1.651 - (-0.267 \* -0.8) - (-0.209 \* 0.48) - (-0.198 \* 0.807) = -1.605

X2 = -0.728 - (-0.105 \* -1.606) - (-0.07 \* 0.48) - (-0.079 \* 0.807) = -0.8

X3 = 1.21 - (-0.16 \* -1.606) - (-0.24 \* -0.8) - (0.35 \* 0.807) = 0.478

X4 = 0.867 - (-0.307 \* -1.606) - (0.107 \* -0.8) - (-0.733 \* 0.48) = 0.811

**Протокол розв’язку в MathLab:**

a=[-0.86 0.23 0.18 0.17;

0.12 -1.14 0.08 0.09;

0.16 0.24 -1.0 -0.35;

0.23 -0.08 0.55 -0.75];

b=[1.42; 0.83; -1.21; -0.65];

disp("Початкова система")

X = [a b] ;

disp([a b])

n = 4;

e = 0.001;

x = zeros(1, n);

cmp = false;

k = 0;

while cmp == false

for i = 1 : n

sum = 0;

for j = 1 : n

if (j ~= i)

sum = sum + a(i,j) \* x(j);

end

end

temp(i) = x(i);

x(i) = (b(i) - sum) / a(i,i);

end

for i = 1 : n

if abs(x(i) - temp(i)) >= e

break;

end

end

if i == n

cmp = true;

end

k = k + 1;

disp("Ітерація №")

disp(k)

disp("Проміжне значення матриці")

disp(x)

end

disp("Результат")

disp("x1 = ")

disp(x(1))

disp("x2 = ")

disp(x(2))

disp("x3 = ")

disp(x(3))

disp("x4 = ")

disp(x(4))

**Виведення в консолі:**

Початкова система

-0.8600 0.2300 0.1800 0.1700 1.4200

0.1200 -1.1400 0.0800 0.0900 0.8300

0.1600 0.2400 -1.0000 -0.3500 -1.2100

0.2300 -0.0800 0.5500 -0.7500 -0.6500

Ітерація №1

Проміжне значення матриці

-1.6512 -0.9019 0.7294 0.9914

Ітерація №2

Проміжне значення матриці

-1.5437 -0.7611 0.4334 0.7922

Ітерація №3

Проміжне значення матриці

-1.6074 -0.8043 0.4825 0.8134

Ітерація №4

Проміжне значення матриці

-1.6045 -0.7989 0.4769 0.8095

Ітерація №5

Проміжне значення матриці

-1.6050 -0.7996 0.4779 0.8103

Ітерація №6

Проміжне значення матриці

-1.6048 -0.7995 0.4778 0.8102

Результат

x1 = -1.6048

x2 = -0.7995

x3 = 0.4778

x4 = 0.8102

**Висновок**:

Можна помітити, що при знаходженні відповідей рішення системи є невеликі розбіжності. Тому, що рахуючи вручну ми використовуємо ε = 0,001 (припустиме наближення).

Література:

1. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету / Б.М. Ляшенко, О.М. Кривонос, Т.А. Вакалюк.- Житомир Вид-во ЖДУ ім. І. Франка 2014. – 224с. (Укр.мов.) ст. 39 -42

2. http://www.mathros.net.ua/nablyzhenyj-rozvjazok-systemy-linijnyh-rivnjan-metodom-prostoi-iteracii.html 26.11.17.

3. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.) ст. 23-26